

УДК 528.48

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ РАЗБИВОЧНОЙ ОСНОВЫ СТРОИТЕЛЬСТВА ПОЛОЦКОЙ ГИДРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

С.Г. ШНИТКО; С.В. ГРОМЫКО

(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается вопрос контроля и восстановления разбивочной основы строительства при отсутствии возможности решить эту задачу от надежных грунтовых центров или пунктов государственной или городской геодезической сети. Приведенная методика включает расчеты требуемой точности разбивочных работ, полевые и камеральные работы. Опыт восстановления разбивочной основы может быть применен при геодезическом обеспечении строительства промышленных и гражданских объектов.

**Ключевые слова:** геодезическая разбивочная основа, обратная засечка, точность разбивочных работ, преобразование координат, метод наименьших квадратов.

**Введение.** Разбивочные работы в процессе строительства должны обеспечивать вынос в натуру от пунктов геодезической разбивочной основы с заданной точностью осей и отметок, определяющих в соответствии с проектной документацией положение в плане и по высоте частей и конструктивных элементов зданий. Как будет показано ниже, точность разбивочных работ во многом определяется точностью разбивочной основы. Поэтому пункты геодезической разбивочной основы в процессе строительства должны находиться под наблюдением для их сохранности и устойчивости и проверяться инструментально не реже 2 раз в год [1].

Задача по проверке, восстановлению и развитию существующей разбивочной геодезической основы строительства Полоцкой ГЭС возникла на этапе сопровождения строительства путей козлового крана. Козловой кран предназначен для выполнения работ по обслуживанию водосливной плотины и водоприемника ГЭС. Длина путей крана – 262 метра, пролет – 7 метров. На рисунке 1 приведена схема расположения пунктов разбивочной основы относительно главных сооружений ГЭС, по которым проходят пути козлового крана.

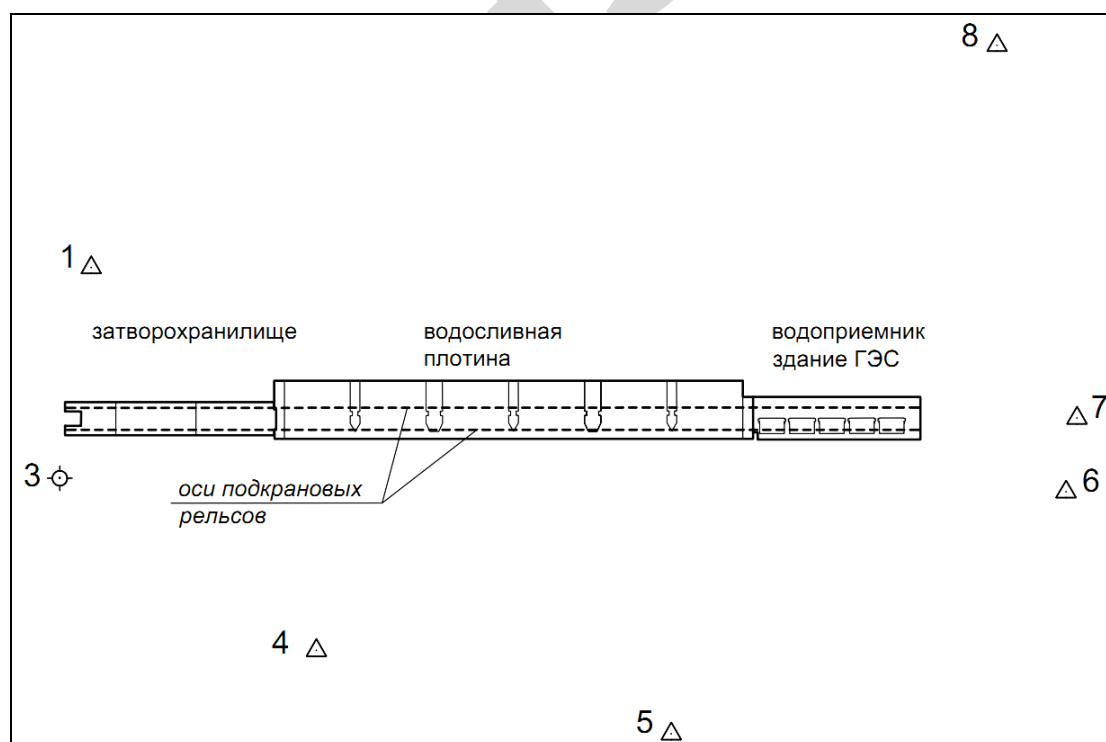


Рисунок 1. – Расположение пунктов разбивочной основы

Пункты разбивочной основы закреплены пленочными отражателями, которые нашли широкое применение в геодезическом производстве. Пленочные отражатели наклеиваются на любые стабиль-

ные конструкции и координируются с точек наземной сети полярным способом (при расстоянии не более 150...200 м) или прямой линейно-угловой засечкой [2]. Координаты пунктов разбивочной основы приведены в таблице 1.

Таблица 1. – Координаты пунктов разбивочной основы

№ пункта	X	Y	H
1	115,541	-106,224	125,065
3	нет данных		
4	-99,109	-35,803	118,756
5	-132,490	72,037	116,769
6	-14,392	232,538	128,300
7	7,964	235,866	129,910
8	182,856	209,488	123,789

Из рисунка 1 видно, что для выноса в натуру подкрановых путей необходимо использовать все пункты (1, 3, 4, 5, 6, 7, 8). Поэтому возник вопрос оценки точности взаимного положения исходных пунктов.

Как известно, ошибки выноса осей и отметок складываются из ошибок разбивочных работ и ошибок в координатах пунктов геодезической разбивочной основы:

$$m^2 = m_p^2 + m_u^2, \quad (1)$$

где  $m$  – средняя квадратическая ошибка положения вынесенной в натуру точки;  $m_p$  – средняя квадратическая ошибка положения вынесенной в натуру точки, обусловленная разбивочными измерениями;  $m_u$  – средняя квадратическая ошибка в положении исходных пунктов, т.е. пунктов геодезической разбивочной основы.

Следует стремиться, чтобы ошибки в положении исходных пунктов практически не влияли на точность разбивки. В работе [3] показано, что при соблюдении критерия

$$m_u \leq 0,43m \quad (2)$$

координаты исходных пунктов можно считать безошибочными.

В проектной документации на строительство данного объекта установлен следующий допуск, относящийся к положению подкрановых путей относительно главных и основных осей объекта:

• *общая осевая линия*, измеренная по ходовой поверхности, не должна отклоняться более чем на 10 мм от теоретической линии как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях.

Тогда, приняв  $m = 10$  мм, получим  $m_u = 4,3$  мм. Таким образом, если ошибки положения пунктов разбивочной основы в плане и по высоте не будут превышать 4,3 мм, в ходе разбивочных работ их можно считать безошибочными.

#### Инструментальная проверка положения пунктов разбивочной основы

Для проверки сравнивались априорные и фактические (вычисленные по измерениям) значения точности решения обратной засечки от пунктов разбивочной основы. Если фактические ошибки превышают априорные более чем на 10% [3], то при условии качественных измерений можно говорить о наличии ошибок в положении пунктов разбивочной основы.

При расчетах использовались следующие исходные данные:

- координаты исходных пунктов имеют ошибку  $m_u = 4,3$  мм;
- координаты станции моделировались исходя из возможных мест установки тахеометра при разбивке;
- обратная засечка решалась от трех исходных пунктов, при этом максимальное расстояние от станции до исходных пунктов не превышало 200 м, максимальный угол наклона  $20^\circ$ .
- средние квадратические ошибки измерения углов –  $2''$ , расстояний – 3 мм;

Априорная оценка точности планового положения выполнялась по методу наименьших квадратов и ошибка не превысила 3 мм. Принимая это значение за ошибку  $m_p$  в формуле (1) и учитывая  $m_u = 4,3$  мм, получим максимальную ошибку в плановом положении станции из решения обратной засечки:

$$m = \sqrt{m_p^2 + m_u^2} = \sqrt{3^2 + 4,3^2} = 5,2 \text{ мм.}$$

Предварительный расчет точности высотного положения при засечке от трех пунктов выполнен по формулам, приведенным в [2]. Точность определения высоты от одного пункта получим по формуле:

$$M_h^2 = (m_\alpha D \cos \alpha / \rho)^2 + m_D^2 \sin^2 \alpha, \quad (3)$$

где  $m_\alpha$  – ошибка измерения вертикального угла;  $m_D$  – ошибка измерения расстояния;  $\alpha$  – угол наклона;  $D$  – расстояние до цели,  $\rho = 206265''$ .

При наших исходных данных получим  $M_h = 2,1$  мм.

При засечке от трех пунктов  $M_h = 2,1 / \sqrt{3} = 1,2$  мм. Тогда максимальная ошибка в высотном положении станции

$$m = \sqrt{m_p^2 + m_u^2} = \sqrt{1,2^2 + 4,3^2} = 4,5 \text{ мм.}$$

Фактические ошибки положения станции вычислялись по измерениям на исходные пункты по методу наименьших квадратов с помощью встроенной программы тахеометра и достигали 13 мм в плане и 10 мм по высоте. Этот факт, а также необходимость получения координат пункта 3 стали причинами выполнения работ по восстановлению разбивочной основы.

#### Полевые работы по восстановлению разбивочной основы

Измерения на пункты разбивочной основы производились полярной засечкой тахеометром.

Рассчитаем точность полярной засечки по формуле [3]:

$$M^2 = (m_p s / \rho)^2 + m_s^2. \quad (4)$$

Приняв расстояния до пунктов  $s = 200$  м, а ошибки измерений углов  $m_p = 2''$  и расстояний  $m_s = 3$  мм, получим точность  $M = 3,6$  мм.

Для уменьшения влияния инструментальных и личных ошибок, ошибок за влияние внешних условий использовалась следующая методика измерений.

- Измерения производились в безветренную, облачную погоду.
- Измерения выполнялись с четырех станций. На первой и второй станциях тахеометр устанавливался таким образом, чтобы можно было произвести измерения на все пункты (1, 3...8). Расстояния от станции до пунктов составили от 140 до 230 м. На третьей станции измерения выполнялись на пункты 1, 3, 4, расстояния до пунктов не превышали 150 м. На четвертой станции – на пункты 5, 6, 7, 8. Расстояния до пунктов не превышали 160 м. Третья и четвертая станции выбирались таким образом, чтобы уменьшить расстояния до пунктов. Тем самым повышалась точность визирования, а также обеспечивался оптимальный угол падения лазерного луча на отражающую поверхность [4]. Измерения, связывающие станции между собой, не производились.
- Так как при определении координат опорной сети необходимо производить несколько наведений и за окончательные значения координат принимать среднее значение [2], то на каждой станции выполнялись два приема измерений. Каждый прием состоял из двух полуприемов: измерений последовательно на пункты при круге лево и круге право. За окончательный результат принималось среднее арифметическое.
- Контролем качества измерений являлось расхождение координат в приемах, которые не превышали 4...5 мм. Предельные допуски были вычислены по правилу « $2m$ » [5], которые для плановых координат составили 7,2 мм, для высот – 4,2 мм.

В таблице 2 приведены результаты измерений на каждой станции.

Таблица 2. – Результаты измерений

№ пункта	Станция 1			Станция 2		
	X	Y	H	X	Y	H
1	115,525	-106,225	125,074	115,530	-106,225	125,073
3	-15,021	-113,579	125,625	-15,008	-113,581	125,619
4	-99,111	-35,790	118,752	-99,101	-35,796	118,752
5	-132,493	72,053	116,781	-132,489	72,041	116,773
6	-14,386	232,538	128,301	-14,394	232,537	128,299
7	7,970	235,863	129,913	7,966	235,862	129,908
8	182,853	209,478	123,802	182,848	209,478	123,797
№ пункта	Станция 3			Станция 4		
	X	Y	H	X	Y	H
1	115,527	-106,216	125,073	не измерялись		
3	-15,011	-113,589	125,624	не измерялись		
4	-99,115	-35,813	118,753	не измерялись		
5	не измерялись			-132,486	72,037	116,777
6	не измерялись			-14,400	232,536	128,299
7	не измерялись			7,960	235,863	129,909
8	не измерялись			182,842	209,488	123,799

**Камеральные работы по восстановлению плановой разбивочной основы**

Плановые координаты пунктов на каждой станции следует рассматривать как координаты одних и тех же точек в условных системах координат. Причина этого в том, что перед измерениями определение координат станции и ориентировка тахеометра проводилась грубо вследствие ошибок в координатах исходных пунктов. Поэтому дальнейшая обработка результатов подразумевала преобразование всех координат в систему одной из станций по методу наименьших квадратов. Система координат станции, в которую преобразовывались координаты, выбиралась исходя из наличия наибольшего количества измеренных на ней пунктов. Это станции 1 и 2.

Допустим, что преобразование координат сводится к повороту условной системы на угол  $\varphi$  и её параллельному сдвигу на  $\xi$  и  $\eta$ . Масштаб сети оставим неизменным.

Данное преобразование выполняется с помощью известных формул аналитической геометрии:

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi + \xi, \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi + \eta. \end{cases} \quad (5)$$

Итак, мы имеем координаты точек в системе координат  $x, y$  и координаты тех же точек в системе  $x', y'$ . Так как расхождение в координатах мало, то можно сказать, что параметры преобразования  $\varphi, \xi, \eta$  между системами весьма малы по величине, а их предварительные значения равны  $\varphi_0 = \xi_0 = \eta_0 = 0$ .

Теперь необходимо найти такие параметры преобразования, при которых остаточные расхождения будут минимизированы. Решение будем искать в виде (5) по методу наименьших квадратов [6]. Другими словами, необходимо дополнительно повернуть систему на малый угол  $\varphi$  и произвести ее сдвиг на малые величины  $\xi$  и  $\eta$ , чтобы сумма квадратов остаточных расхождений координат была наименьшей.

Искомые параметры  $T = (\varphi, \xi, \eta)$  и уравниваемые величины  $X(x_1, x_2, \dots, x_k), Y(x_1, x_2, \dots, x_m)$  связаны уравнениями:

$$\begin{cases} \Phi(T, X) = f(T) - X = 0, \\ \Phi(T, Y) = f(T) - Y = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где  $f(T)$  – функции, описываемые формулами (5).

От уравнений (6) перейдем к параметрическим уравнениям поправок:

$$\begin{aligned} v_i &= f_i(\varphi_0, \xi_0, \eta_0) + \left( \frac{\partial f_i}{\partial \varphi} \right)_0 + \left( \frac{\partial f_i}{\partial \xi} \right)_0 + \left( \frac{\partial f_i}{\partial \eta} \right)_0 - x_i; \\ v_j &= f_j(\varphi_0, \xi_0, \eta_0) + \left( \frac{\partial f_j}{\partial \varphi} \right)_0 + \left( \frac{\partial f_j}{\partial \xi} \right)_0 + \left( \frac{\partial f_j}{\partial \eta} \right)_0 - y_j. \end{aligned} \quad (7)$$

Вычислив частные производные по предварительным значениям искомых параметров ( $\varphi_0 = \xi_0 = \eta_0 = 0$ ), получим параметрические уравнения поправок в линейном виде:

$$\begin{aligned} v_i &= -y'_i \delta \varphi + \delta \xi + l_i, \\ v_j &= +x'_i \delta \varphi + \delta \eta + l_j, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $l_i = x'_i - x_i, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad l_j = y'_j - y_j, \quad j = 1, 2, \dots, m$ .

В матричной форме уравнения (8) можно записать следующим образом:

$$V = A \cdot T + L. \quad (9)$$

Решая систему по МНК, найдем искомые параметры:

$$Q = (A^T \cdot A)^{-1}, \quad T = -Q \cdot (A^T \cdot L). \quad (10)$$

Применив найденные параметры  $T = (\varphi, \xi, \eta)$ , можно вычислить преобразованные координаты по формулам:

$$\begin{cases} x'' = x \cos \varphi - y \sin \varphi + \xi, \\ y'' = x \sin \varphi + y \cos \varphi + \eta. \end{cases} \quad (11)$$

По приведенным выше формулам преобразуем плановые координаты, полученные на станциях 2, 3, 4 в систему координат станции 1. Результаты преобразования приведены в таблице 3.

Таблица 3. – Результаты преобразований плановых координат

№ пункта	Станция 1		Станция 2		Станция 3		Станция 4	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	115,525	-106,225	115,520	-106,226	115,521	-106,224		
3	-15,021	-113,579	-15,018	-113,577	-15,018	-113,578		
4	-99,111	-35,790	-99,108	-35,789	-99,110	-35,790		
5	-132,493	72,053	-132,491	72,050			-132,489	72,052
6	-14,386	232,538	-14,390	232,541			-14,388	232,540
7	7,970	235,863	7,971	235,865			7,971	235,864
8	182,853	209,478	182,852	209,473			182,851	209,474

Далее, для каждого пункта получены следующие величины:

- среднеарифметические значения координат ( $X_{cp}$ ,  $Y_{cp}$ );
- среднеквадратические ошибки измерения координат  $m_x$  и  $m_y$  по формуле Бесселя;
- среднеквадратическая ошибка пункта  $m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ .

Результаты вычислений представлены в таблице 4.

Таблица 4. – Среднеарифметические значения координат и оценка точности

№ пункта	$X_{cp}$ , м	$Y_{cp}$ , м	$m_x$ , м	$m_y$ , м	$m$ , м
1	115,522	-106,225	0,0026	0,0009	0,003
3	-15,019	-113,578	0,0019	0,0008	0,002
4	-99,110	-35,790	0,0018	0,0010	0,002
5	-132,491	72,051	0,0017	0,0015	0,002
6	-14,388	232,540	0,0020	0,0015	0,002
7	7,970	235,864	0,0004	0,0014	0,001
8	182,852	209,475	0,0008	0,0022	0,002

Координаты пунктов разбивочной основы, полученные из измерений (см. табл. 4), отнесены к условной системе координат первой станции. Теперь их необходимо преобразовать в систему координат исходной разбивочной сети. Преобразование выполним по формулам (5)...(11). Окончательные значения координат и поправки в координаты исходных пунктов приведены в таблице 5.

Таблица 5. – Окончательные значения координат пунктов разбивочной основы

№ пункта	Исходные		Окончательные		Поправки	
	X, м	Y, м	X, м	Y, м	$v_x$ , м	$v_y$ , м
1	115,541	-106,224	115,537	-106,221	-0,004	0,003
4	-99,109	-35,803	-99,099	-35,798	0,010	0,005
5	-132,49	72,037	-132,487	72,041	0,003	0,004
6	-14,392	232,538	-14,393	232,536	-0,001	-0,002
7	7,964	235,866	7,965	235,862	0,001	-0,004
8	182,856	209,488	182,848	209,483	-0,008	-0,005
3			-15,004	-113,582		

#### Камеральные работы по восстановлению высотной разбивочной основы.

Итак, имеем высоты пунктов в исходной системе высот  $H^0$  (см. табл. 1) и высоты тех же пунктов, полученные из измерений, выполненных на четырех станциях  $H^1$ ,  $H^2$ ,  $H^3$ ,  $H^4$ , (см. табл. 2). Как и в случае с плановыми координатами, измеренные высоты на каждой станции следует рассматривать как высоты в условной системе координат станции.

Преобразуем высоты, полученные на станциях 2, 3, 4 в систему высот станции 1. Преобразование координат сводится к параллельному переносу в вертикальной плоскости системы каждой станции на величину  $\Delta H^k$ , вычисляемой по формуле

$$\Delta H^k = \frac{1}{r} \sum_i^r H_i^1 - \frac{1}{r} \sum_i^r H_i^k, \quad (12)$$

где  $k$  – номер станции (2, 3, 4);  $r$  – число измеренных пунктов на станции;  $H^k$  – высоты, измеренные на станции;  $H^1$  – высоты, измеренные на станции 1.

В таблице 6 приведен пример преобразований высот для станции 4.

Таблица 6. – Результаты преобразований высот станции 4

№ пункта	$H^1$ , м	$H^4$ , м	$H^4 + \Delta H^4$ , м
5	116,781	116,777	116,780
6	128,301	128,299	128,302
7	129,913	129,909	129,912
8	123,802	123,799	123,802
Среднее	124,699	124,696	124,699
$\Delta H^4$	0,003		

Результаты преобразования, среднеарифметические значения высот ( $H_{cp}$ ), среднеквадратические ошибки измерения высот  $m_h$ , вычисленные по формуле Бесселя, приведены в таблице 7.

Таблица 7. – Результаты преобразований высот и оценка точности

№ пункта	Станция 1	Станция 2	Станция 3	Станция 4	Среднее	СКО
	Н, м	Н, м	Н, м	Н, м	$H_{cp}$ , м	$m_h$ , м
1	125,074	125,076	125,073		125,075	0,002
3	125,625	125,623	125,625		125,624	0,001
4	118,752	118,756	118,753		118,754	0,002
5	116,781	116,776		116,780	116,779	0,002
6	128,301	128,303		128,302	128,302	0,001
7	129,913	129,912		129,912	129,912	0,000
8	123,802	123,801		123,802	123,801	0,001

Полученные средние значения высот преобразуем в систему высот  $H^0$  также через параллельный перенос в вертикальной плоскости на величину  $\Delta H$ , вычисляемой по формуле

$$\Delta H = \frac{1}{r} \sum_i^r H_i^0 - \frac{1}{r} \sum_i^r H_i^{cp}, \quad (13)$$

где  $r$  – число исходных пунктов;  $H^{cp}$  – средние значения высот;  $H^0$  – исходные высоты.

В итоге получим  $\Delta H = -0,006$  м и вычислим окончательные значения высот  $H_{ок}$  и поправки в высоты исходных пунктов, которые приведены в таблице 8.

Таблица 8. – Окончательные значения высот

№ пункта	Исходные	Окончательные	Поправки
	$H^0$ , м	$H_{ок}$ , м	$v$ , м
1	125,065	125,069	0,004
3		125,618	
4	118,756	118,748	-0,008
5	116,769	116,773	0,004
6	128,300	128,296	-0,004
7	129,910	129,906	-0,004
8	123,789	123,795	0,006

**Закключение.** Анализируя поправки в координаты и высоты исходных пунктов (см. табл. 5, 8), видим, что величины поправок достигают 10 мм в плане и 8 мм по высоте. Это еще раз подтверждает необходимость проведенных работ по восстановлению разбивочной основы.

Новые координаты получены со среднеквадратическими ошибки, не превышающими 3 мм в плане и 2 мм по высоте, что соответствует требованиям точности разбивочных работ.

Также отметим, что описанная методика может применяться, в следующих случаях [1]:

- при инструментальной проверке существующей внешней разбивочной сети;
- при развитии и восстановлении существующей внешней разбивочной сети;
- при уравнивании внутренней разбивочной сети на монтажных горизонтах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Геодезические работы в строительстве. Правила проведения : ТКП 45-1.03-26-2006 (02250). – Введ. 07.01.06. – Минск : Минстройархитектуры, 2006. – 62 с.
2. Создание геодезической основы для строительства объектов энергетики / Г.Г. Китаев [и др.] // Изв. высш. учеб. заведений. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2013. – № 4. – С. 48.
3. Геодезические работы при строительстве мостов / В.А. Коугия [и др.]. – М. : Недра, 1986. – 248 с.
4. Назаров, И.А. Исследование влияния угла падения лазерного луча и отражающих свойств поверхности на точность измерения расстояний безотражательным электронным тахеометром [Электронный ресурс] / И.А. Назаров // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер. Политематическая. – 2011. – Вып. 2 (16). – Режим доступа: <http://vestnik.vgasu.ru/?source=4&articleno=548>.
5. Маркузе, Ю.И. Геодезия. Вычисление и уравнивание геодезических сетей : справ. пособие / Ю.И. Маркузе, Е.Г. Бойко, В.В. Голубев. – М. : Картгеоцентр – Геоиздат, 1994. – 431 с.
6. Машимов, М.М. Уравнивание геодезических сетей / М.М. Машимов. – М. : Недра, 1979. – 367 с.

Поступила 01.12.2016

#### THE RESTORATION OF THE GEODETIC FRAMEWORK OF THE CONSTRUCTION OF THE POLOTSK HYDROPOWER PLANT

**S. SHNITKO, S. GROMIKO**

*The issue of control and restoration of the construction base in the absence of the possibility to solve this problem from reliable ground centers or points of the state or city geodetic network is considered. The above methodology includes calculations of the required accuracy of the alignment work, field and desk work. The experience of reconstructing the center base can be applied when surveying the construction of industrial and civil facilities.*

**Keywords:** *geodetic framework, a reverse notch, the accuracy of the center of the work, coordinate transformation, least squares method.*